

---

Vorlesung: Prof. Dr. Thorsten Schmidt

Übung: Marc Weber

<https://www.stochastik.uni-freiburg.de/lehre/ws-2019-2020/vorlesung-wahrscheinlichkeitstheorie-ws-2019-2020>

---

## Übung 0

**Aufgabe 1.** Sei  $\mathcal{R} \subset 2^X$ . Dann sind folgende Aussagen äquivalent:

- (a)  $(\mathcal{R}, \Delta, \cap)$  ist ein Ring im Sinne der Algebra.
- (b)  $\emptyset \in \mathcal{R}$  und für  $A, B \in \mathcal{R}$  gilt  $A \Delta B \in \mathcal{R}$ ,  $A \cap B \in \mathcal{R}$ .
- (c)  $\emptyset \in \mathcal{R}$  und für  $A, B \in \mathcal{R}$  gilt  $A \Delta B \in \mathcal{R}$ ,  $A \cup B \in \mathcal{R}$ .
- (d)  $\mathcal{R}$  ist ein Ring im Sinne der Maßtheorie.

*Hinweis: Dabei ist  $A \Delta B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$  die symmetrische Differenz.*

**Aufgabe 2.** Sei  $f : X \rightarrow Y$  eine Abbildung und sei  $\mathcal{R}$  ein Ring bzw. Algebra über  $Y$ . Zeigen Sie, dass

$$f^{-1}(\mathcal{R}) := \{f^{-1}(A) : A \in \mathcal{R}\}$$

ein Ring bzw. Algebra über  $X$  ist.

**Aufgabe 3.** Sei  $\Omega$  eine endliche Menge, sei  $|\Omega| \geq 4$  und gerade. Setze

$$\mathcal{D} := \{D \subset \Omega \mid |D| \in 2\mathbb{N}\}.$$

Zeigen Sie, dass  $\mathcal{D}$  ein Dynkin-System, aber keine  $\sigma$ -Algebra ist.