Übungen zur Vorlesung "Stochastik"

Blatt 2

Abgabetermin: Donnerstag, 14.11.2019, bis 14:00 Uhr in das Fach Ihres Tutors (Nr. 2.19-2.21), UG Ernst-Zermelo-Straße 1
(Geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an. Sie dürfen maximal zu zweit abgeben.)

Aufgabe 1 (4 Punkte)

(a) Zehn Personen werden vier Karten für ein Fußballspiel angeboten, wobei jeweils eine der folgenden Annahmen gelte:

(1) es handelt sich um nummerierte Sitzplätze oder
(2) es handelt sich um nicht nummerierte Stehplätze

sowie

(α) jede Person erhält höchstens eine Karte oder
(β) es gibt keine derartige Beschränkung.

Wie viele Kartenverteilungen gibt es jeweils in den Fällen 1α, 1β, 2α und 2β? Begründen Sie ihre Antwort!

(b) Kurz vor dem Kaufentscheid erfahren die zehn Personen, dass sie sich gar keine Karten besorgen müssen, da sie durch die erfolgreiche Teilnahme an einem Preisausschreiben 15 Karten für das Fußballspiel gewonnen haben.
Wie viele Kartenverteilungen gibt es nun, jeweils in den Fällen 1 und 2 aus (a), wenn jede Person mindestens eine Karte erhalten soll?

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Es sei $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), \mathbb{P})$ ein diskreter Wahrscheinlichkeitsraum mit Laplace-Verteilung und

(a) $|\Omega| = 6$ (echter Würfel),

(b) $|\Omega| = 7$.

Wie viele Paare (A, B) unabhängiger Ereignisse $A, B \subseteq \Omega$ mit $0 < \mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B) < 1$ gibt es jeweils?

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben sei ein diskreter Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), \mathbb{P})$. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

Für beliebige Ereignisse $A, B, C \subseteq \Omega$ mit $\mathbb{P}(A) > 0$ und $0 < \mathbb{P}(B) < 1$ gilt:

a) $\mathbb{P}(B|A) > \mathbb{P}(B)$ und $\mathbb{P}(C|B) > \mathbb{P}(C) \Rightarrow \mathbb{P}(C|A) > \mathbb{P}(C)$

b) $\mathbb{P}(A|B) > \mathbb{P}(C)$ und $\mathbb{P}(A|B^c) > \mathbb{P}(C) \Rightarrow \mathbb{P}(A) > \mathbb{P}(C)$

c) $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B) \Leftrightarrow \mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A|B^c)$

(bitte wenden)

Aufgabe 4 (4+2 Punkte)

a) Aus der Menge $\{1, 2, \ldots, 100\}$ werden zufällig zwei Zahlen herausgegriffen. Wenn die kleinere der beiden Zahlen ≤ 30 ist, mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dann die größere ≥ 70?

b) Bei einer Klausur werden 18 Multiple-Choice-Fragen gestellt. Zu jeder Frage werden vier Antwortmöglichkeiten angeboten, von denen genau eine richtig ist. Zum Bestehen der Klausur benötigt man mindestens 11 richtige Antworten. Mit welcher Wahrscheinlichkeit beantwortet ein Prüfling genau 11 Fragen korrekt, der bei jeder Frage rein zufällig eine der vier Antworten ankreuzt? Mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht ein Prüfling, der bei jeder Frage zwei der vier Vorschläge als falsch erkennt und rein zufällig eine der übrigen Antworten ankreuzt?

c) Samstagabends haben durchschnittlich 5% der Autofahrer zu viel getrunken. Bei einem Alkoholtest zeigt sich bei 99% der Alkoholsünder eine charakteristische Reaktion, aber auch bei 3% der Nüchternen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein am Samstagabend willkürlich herausgegriffener Autofahrer, bei dem der Test eine Reaktion zeigt, tatsächlich zu viel getrunken hat? Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist er Nüchtern?