Übungen zur Vorlesung
“Wahrscheinlichkeitstheorie“

Wintersemester 2017/18

Anwesenheitsaufgaben

Aufgabe A

Sei $\mathcal{R} \subset 2^X$. Dann sind folgende Aussagen äquivalent:

a) $(\mathcal{R}, \Delta, \cap)$ ist ein Ring im Sinne der Algebra.

b) $\emptyset \in \mathcal{R}$ und für $A, B \in \mathcal{R}$ gilt $A\Delta B \in \mathcal{R}$, $A \cap B \in \mathcal{R}$.

c) $\emptyset \in \mathcal{R}$ und für $A, B \in \mathcal{R}$ gilt $A\Delta B \in \mathcal{R}$, $A \cup B \in \mathcal{R}$.

d) $\mathcal{R}$ ist ein Ring im Sinne der Maßtheorie.

Hinweis: Dabei ist $A\Delta B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ die symmetrische Differenz.

Aufgabe B

Sei $f : X \to Y$ ein Abbildung und sei $\mathcal{R}$ ein Ring bzw. Algebra über Y. Zeigen Sie, dass

$$f^{-1}(\mathcal{R}) := \{f^{-1}(A) : A \in \mathcal{R}\}$$

ein Ring bzw. Algebra über X ist.

Aufgabe C

Sei Ω eine endliche Menge, sei $|\Omega| \geq 4$ und gerade. Setze

$$\mathcal{D} := \{D \subset \Omega | \, |D| \in 2\mathbb{N}\}.$$

Zeigen Sie, dass $\mathcal{D}$ ein Dynkin-System, aber keine σ-Algebra ist.