
Vorlesung: Prof. Dr. Thorsten Schmidt

Übung: Wahid Khosrawi-Sardroudi

<http://www.stochastik.uni-freiburg.de/lehre/ws-2018-2019/vorlesung-stochastik-ws-2018-2019>

Übung 3

Abgabe: 19.11.2018 in die entsprechenden Briefkästen bis 14 Uhr (siehe Homepage).

Aufgabe 1 (2 Punkte). Sei X eine Poisson verteilte Zufallsvariable mit Intensität λ . Bestimmen Sie

$$\mathbb{E}[\exp(uX)], u \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe 2 (3 Punkte). Seien X_1, X_2 Poissonverteilte Zufallsvariablen mit jeweiliger Intensität λ_1, λ_2 für die gilt

$$P(X_1 = k, X_2 = l) = P(X_1 = k)P(X_2 = l) \quad \forall k, l \in \mathbb{N}_0.$$

Zeigen Sie dass dann $X = X_1 + X_2$ eine Poissonverteilte Zufallsvariable mit Intensität $\lambda_1 + \lambda_2$ ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte, jeweils 0,5 Punkte pro Teilaufgabe).

Sei (Ω, \mathcal{F}, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B \in \mathcal{F}$ mit $P(B) > 0$. Zeigen oder widerlegen Sie:

- (a) $P(A^c|B) = 1 - P(A|B)$
- (b) $P(B) < 1 \Rightarrow P(A|B^c) = 1 - P(A|B)$
- (c) $B \subset A \Rightarrow P(A|B) = 1$
- (d) $P(B) = 1 \Rightarrow P(A|B) = P(A)$
- (e) $P(A|A \cup B) \geq P(A|B)$
- (f) $P(A|B) \geq P(A)$
- (g) $P(A|B) \geq P(B)$
- (h) $P(A|B) \geq P(A \cap B)$

Aufgabe 4 (2+2 Punkte).

- (a) Aus der Menge $\{1, 2, \dots, 100\}$ werden zufällig zwei Zahlen herausgegriffen (damit sind die zwei Zahlen unterschiedlich). Wenn die kleinere der beiden Zahlen ≤ 20 ist, mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dann die größere ≥ 80 ?
- (b) Es werde eine zufällige Person aus Deutschland ausgewählt. Sei B das Ereignis dass die zufällig ausgewählte Person HIV positiv ist. Für einen gegebenen HIV Test sei A das Ereignis dass der Test positiv ausfällt. Wir nehmen an:

$$P(B) = \frac{1}{1000}, P(A|B) = \frac{98}{100}, P(A^c|B^c) = \frac{99}{100}.$$

Bestimmen Sie $P(B|A)$ und $P(B|A^c)$.

Bitte wenden

Aufgabe 5 (1+1 Punkte). Ein Elektrokonzern verkauft ein Paket von 2 000 Glühbirnen. Ein Kunde entnimmt eine Stichprobe von 10 Glühbirnen und weist die Lieferung zurück, falls mindestens eine davon defekt ist.

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Paket mit nur 1% defekten Birnen zurückgewiesen wird?
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Paket mit 10% defekten Birnen angenommen wird?

Aufgabe 6 (2 Bonuspunkte). Schreiben Sie ein R-Skript welches Ihnen $N = 10000$ Poisson-Zufallszahlen mit Parameter 1 generiert. Ferner soll das Skript ein Histogramm der Zufallszahlen plotten. Sei X_i die i-te generierte Zahl.

Das Skript soll Ihnen auch die Werte

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad \hat{\sigma} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \hat{\mu})^2$$

berechnen. Drucken Sie den Quellcode Ihrer Abgabe aus und legen Sie diesen Ihrer Abgabe bei. Schicken Sie zusätzlich das Skript als E-Mail Anhang an Ihren Tutor.