

---

Vorlesung: Prof. Dr. Thorsten Schmidt

Übung: Wahid Khosrawi-Sardroudi

<http://www.stochastik.uni-freiburg.de/lehre/ws-2018-2019/vorlesung-stochastik-ws-2018-2019>

---

## Übung 1

**Abgabe: 22.10.2018 in die entsprechenden Briefkästen bis 14 Uhr (siehe Homepage).**

*Hinweis:* Gegeben einen endlichen Grundraum  $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$  mit einem Wahrscheinlichkeitsmaß  $\mathbb{P}$ , nennen wir dieses Paar ein Laplace-Experiment, falls  $\forall i, j = 1, \dots, n$  gilt

$$\mathbb{P}(\omega_i) = \mathbb{P}(\omega_j).$$

Insbesondere folgt dann aus  $\mathbb{P}(\Omega) = 1$  dass für  $A \subset \Omega$  gilt,

$$\mathbb{P}(A) = \frac{|A|}{|\Omega|},$$

wobei wir für die Mengen  $A$  und  $\Omega$  mit  $|A|$  bzw.  $|\Omega|$  die jeweiligen Kardinalitäten meinen. Beispiele hierfür sind faire Würfel mit  $n \in \mathbb{N}$  Seiten (alle Augenzahlen haben die gleiche Wahrscheinlichkeit) etc.

**Aufgabe 1** (2 Punkte). Die Ziffern 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 werden in zufälliger Reihenfolge aufgeschrieben. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die so gebildete 7-stellige Zahl durch

a) 2                      b) 3                      c) 4

teilbar ist.

*Hinweis:* Die so aufgeschriebenen Zahlen beinhalten jede der Ziffern genau einmal. Es werden also keine der Ziffern doppelt aufgeschrieben. Machen Sie sich klar wie viele solcher Ziffern es gibt. Es handelt sich hierbei um ein Laplace-Experiment.

**Aufgabe 2** (3 Punkte). Eine faire Münze wird zweimal geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind die Ergebnisse der beiden Würfe verschieden?

**Aufgabe 3** (3 Punkte). Bei einer Spielshow kann der Sieger eine von drei geschlossenen Türen auswählen. Nur eine Wahl führt zum Hauptgewinn; hinter den beiden anderen befindet sich jeweils ein Trostpreis. Der Sieger muss sich zunächst für eine Tür entscheiden. Danach zeigt der Showmaster auf eine der beiden anderen Türen mit dem Hinweis, dass diese Tür nur zu einem Trostpreis führe. Der Sieger erhält nun die Möglichkeit, sich neu zu entscheiden. Wie und um wie viel kann er durch die Zusatzinformation des Showmasters seine Chancen auf den Hauptgewinn erhöhen?

**Aufgabe 4** (4 Punkte). Betrachten Sie den Grundraum  $\Omega = \{\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$  mit dem Wahrscheinlichkeitsmaß  $\mathbb{P}$  gegeben durch

$$\mathbb{P}(\omega_i) = \binom{4}{i} p^i (1-p)^{4-i}, \quad i = 0, \dots, 4,$$

wobei  $p \in (0, 1)$ .

- a) Zeigen Sie, dass  $\mathbb{P}$  in der Tat ein Wahrscheinlichkeitsmaß definiert.
- b) Betrachten Sie die Zufallsvariable  $X$  die gegeben ist durch

$$X(\omega_i) = i, \quad i = 0, \dots, 4.$$

Bestimmen Sie  $p$  so, dass  $\mathbb{E}[X] = 1$  gilt.