

## Übungen zur Vorlesung “Analysis I“

### Blatt 3

**Abgabetermin:** Montag, 05.11.2018, bis 10.00 Uhr in den Briefkästen im Math. Institut  
(Geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.  
Sie dürfen maximal zu zweit abgeben.)

#### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Es seien  $a, b, c \in \mathbb{R}$  reelle Zahlen mit  $a < b < c$ . Zeigen Sie, dass es genau ein  $t \in \mathbb{R}$  gibt, sodass

$$b = ta + (1 - t)c$$

und dass  $0 < t < 1$  gilt.

#### Aufgabe 2 (4 Punkte)

Beweisen Sie mithilfe vollständiger Induktion die beiden folgenden Summenformeln für  $n \in \mathbb{N}$ :

$$(a) \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \quad (b) \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

#### Aufgabe 3 (4 Punkte)

(a) Es seien  $k, n$  ganze Zahlen mit  $n \geq k \geq 0$ . Zeigen Sie, dass

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} = \binom{n+1}{k}.$$

(b) Beweisen Sie für reelle Zahlen  $a, b \in \mathbb{R}$  und alle  $n \in \mathbb{N}$  die *binomische Formel*

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}.$$

HINWEIS: Für den Binomialkoeffizienten  $\binom{n}{k}$  gilt dabei  $\binom{n}{k} = 0$ , falls  $k < 0$  oder  $k > n$  gilt.

#### Aufgabe 4 (4 Punkte)

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion die *Cauchy-Schwarz'sche Ungleichung*:

Für  $n \in \mathbb{N}$  und reelle Zahlen  $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n \in \mathbb{R}$  gilt

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k \leq \left( \sum_{k=1}^n a_k^2 \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left( \sum_{k=1}^n b_k^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

HINWEIS: Sie dürfen hier die üblichen Rechenregeln für die Wurzel ohne Beweis verwenden.

# Erstsemester-Hütte

Bald ist es endlich soweit und es geht auf die Ersthütte! Alles, was ihr dazu wissen müsst, erfahrt ihr hier:

## **Wann geht's los?**

Am Freitag, den **07.12.** und zurück kommen wir am Sonntag, den 09.12.

## **Wo geht es eigentlich hin?**

Wir fahren ins Dekan-Strohmeier-Haus im Münstertal im Schwarzwald

## **Was tut man eigentlich auf so einer Hütte?**

Sich entspannen, MitstudentenInnen kennenlernen, an lustigen Workshops teilnehmen, Spielchen spielen, lecker essen, Party machen...

## **Und was kostet das?**

35 Euro, die bei der Anmeldung mitzubringen sind!

## **Was für eine Anmeldung?**

**Am Donnerstag, den 08. November**, könnt ihr euch nach der Vorlesung **um 10.00 vor der Mathe-Fachschaft** verbindlich anmelden. Bitte **bringt die 35 Euro mit**, nur dann bekommt ihr einen sicheren Platz, denn die Teilnehmerzahl ist beschränkt.

Die 35 € sind **nicht kostendeckend**, das heißt, wenn ihr doch nicht kommt, können wir euch das Geld leider nicht zurückerstatten. Die Anmeldung ist also **verbindlich!!!**

Bei der Anmeldung brauchen wir von euch folgende Infos:

- Name und Geburtsdatum, E-Mail!!!
- Habt ihr ein Semesterticket?
- Könnt ihr ein Auto zur Verfügung stellen?
- Seid ihr Vegetarier o.ä. oder habt ihr Allergien, Unverträglichkeiten,...?
- Bringt ihr einen Kuchen mit?

## **Und mein Mathe-Zettel?**

Die Erfahrung hat gezeigt, dass dafür immer genug Zeit blieb und da noch viele ältere MathestudentInnen mitfahren, könnt ihr bestimmt auch den einen oder anderen Tipp bekommen...

Wenn ihr noch Fragen habt, dann mailt uns an **erstihuette@googlemail.com**

Julius, Jonas, Daniel und die Mathefachschaft