Übungen zur Vorlesung
“Wahrscheinlichkeitstheorie“

Wintersemester 2017/18

Anwesenheitsaufgaben

Aufgabe A

Es sei $\Omega = \{1, \dots, 5\}$. Bestimmen Sie die von

a) $\mathcal{E} := \{\{1,2,3,4\}\}$,

b) $\mathcal{F} := \{\{1,2,3\},\{4\}\}$,

c) $\mathcal{G} := \{1,2,3,4\}$,

d) $\mathcal{H} := \emptyset$

erzeugte σ-Algebra.

Aufgabe B

Es seien $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$ zwei σ-Algebren auf einer Menge Ω. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen.

a) $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$ ist eine σ-Algebra.

b) $\mathcal{A} \vee \mathcal{B} := \{A \cup B \mid A \in \mathcal{A}, B \in \mathcal{B}\}$ ist eine σ-Algebra.

Aufgabe C

Untersuchen Sie, ob die folgenden Mengensysteme jeweils einen Ring, eine σ-Algebra oder ein Dynkin-System bilden.

- $\mathcal{R} := \{N \subset \mathbb{R} : |N| = \infty \wedge |N^c| = \infty\}$,
- $\mathcal{S} := \{N \subset \mathbb{N} : |N| = \infty \vee |N^c| = \infty\}$,
- $\mathcal{T} := \{N \subset \mathbb{N} : |N| < \infty \vee |N^c| < \infty\}$.

Aufgabe D

Sei $f : X \to Y$ eine Abbildung und sei $\mathcal{A} \subset \mathcal{P}(Y)$ ein Ring (eine Algebra, eine σ-Algebra). Untersuchen Sie, ob

$$f^{-1}(\mathcal{A}) := \{f^{-1}(A) \mid A \in \mathcal{A}\}$$

ein Ring (eine Algebra, eine σ-Algebra) über X ist.