

# Übungen zur Vorlesung

## „Stochastische Modelle in der Biologie“

Wintersemester 2017/2018, Blatt 11

Abgabetermin: 22.01.2018, spätestens zu Beginn der Vorlesung

(Bitte geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen an)

Bitte maximal zu zweit abgeben!

Aufgaben die korrigiert werden sind mit einem Stern markiert.

### Aufgabe 1\*

(4 Punkte)

Ein Neuron verfügt über verschiedene Ionenkanäle, die entweder offen oder geschlossen sein können. Wir gehen davon aus, dass ein geschlossener Ionenkanal mit Rate  $\alpha > 0$  geöffnet wird und ein offener Kanal mit Rate  $\beta > 0$  geschlossen wird. Geben Sie im Grenzwert vieler solcher Kanäle Approximationen (und zwar ein Gesetz der großen Zahlen, und einen Zentralen Grenzwertsatz) für die Anzahl offener Ionenkanäle an. Berechnen Sie auch die approximative Varianz dieser Anzahl nach langer Zeit.

### Aufgabe 2\*

(4 Punkte)

Sei  $X$  die Lösung von

$$dX = -\mu X dt + \sigma dW$$

mit  $X_0 = x$ . Berechnen Sie  $\mathbf{E}_x[T_w]$  für  $T_w := \inf\{t \geq 0 : X_t = w\}$ .

### Aufgabe 3

(4 Bonus-Punkte)

Sei  $X$  die Lösung von  $dX = \sqrt{X(1-X)}dW$ , gestartet in  $X_0 = x$ .

Sei  $T_i$  die Treffzeit von  $i = 0, 1$ .

Berechnen Sie  $\mathbb{V}[T_0 \wedge T_1]$ .