

Übungen zur Vorlesung
„Stochastische Modelle in der Biologie“
Wintersemester 2017/2018, Weihnachtsblatt 9

Abgabetermin: 09.01.2018, spätestens zu Beginn der Vorlesung
(Bitte geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen an)

Bitte maximal zu zweit abgeben!

Aufgaben die korrigiert werden sind mit einem Stern markiert.

Aufgabe 1* (der jüngste gemeinsame Vorfahre) (4 Bonus-Punkte)

Der jüngste gemeinsame Vorfahre einer Population von n Individuen lebt zu der kleinsten Zeit t_n an der alle n Individuen Nachkommen eines Punktes im Koaleszenten sind. Berechnen Sie für eine Subpopulation von m aus n Individuen die Wahrscheinlichkeit dass beide Populationen den gleichen jüngsten gemeinsamen Vorfahren haben, $\mathbb{P}(t_n = t_m)$.

Zusatzfrage: Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben die Daten aus dem 1000 Genomes Projekt den gleichen jüngsten gemeinsamen Vorfahren wie die Menschheit?

Aufgabe 2* (Zeit bis zur Fixation) (4 Punkte)

Sei X Lösung der SDE (2.5) mit $0 < \theta_a < 2$ und $\theta_A > 2$. Zeigen Sie, dass $T_1 = \infty$ fast sicher.