

Übungen zur Vorlesung „Stochastische Modelle in der Biologie“

Wintersemester 2017/2018, Blatt 5

Abgabetermin: 27.11.2017, spätestens zu Beginn der Vorlesung

(Bitte geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen an)

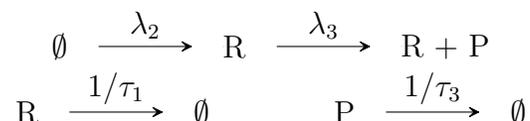
Bitte maximal zu zweit abgeben!

Aufgaben die korrigiert werden sind mit einem Stern markiert.

Aufgabe 1* stochastische Genexpression

(6 Punkte)

Genexpression bedeutet die Herstellung von Protein aus RNA, wobei RNA aus DNA transkribiert wird. Das entsprechende chemische Reaktionsnetzwerk ist das folgende:



Nehmen Sie an, dass sich das System im Gleichgewicht befindet, und zeigen Sie

$$\mathbf{V}[\mathcal{N}_P] = \mathbf{E}[\mathcal{N}_P] + \frac{\mathbf{E}[\mathcal{N}_P]^2}{\mathbf{E}[\mathcal{N}_R]} \frac{\tau_2}{\tau_2 + \tau_3},$$

wobei \mathcal{N}_R und \mathcal{N}_P die RNA-Zahl und Proteinzahl im Gleichgewicht sind.

HINWEIS: Es gibt hier einige Wege, die nach Rom führen. Beachten Sie allerdings, dass das System nicht schwach-reversibel ist, und das Gleichgewicht des deterministischen System nicht komplex-balanziert ist. Sie könnten z.B. (1.7) aus dem Skript verwenden. Eine andere Möglichkeit ist es, zu begründen, dass im Gleichgewicht

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_R &\sim \text{Poi}\left(\int_{-\infty}^0 \lambda_2 e^{s/\tau_2} ds\right), \\ \mathcal{N}_P &\sim \text{Poi}\left(\int_{-\infty}^0 \lambda_3 \mathcal{N}_R(s) e^{s/\tau_3} ds\right) \end{aligned}$$

gilt und dann weiterzurechnen.