Wahrscheinlichkeitstheorie **WS 2016/2017**

Vorlesung: Prof. Dr. Thorsten Schmidt
Übung: Wahid Khosrawi-Sardroudi
http://www.stochastik.uni-freiburg.de/lehre/ws-2016-17/vorlesung-wahrscheinlichkeitstheorie-ws-2016-17

Übung 9

Abgabe: 14.01.2017 in den Briefkästen.

Aufgabe 1 (4 Punkte (Zusatzaufgabe auf dem vorigen Blatt))**.** Seien X und X_n für alle $n \in \mathbb{N}$ Zufallsvariablen, die nur Werte in $\mathbb{Z}$ annehmen. Zeigen Sie:

$$X_n \overset{n\to\infty}{\Longrightarrow} X \iff \forall j \in \mathbb{Z} : \lim_{n\to\infty} P(X_n = j) = P(X = j).$$

Hinweis: Siehe Hinweis auf Blatt 8.

Aufgabe 2. Für $\mu \in \mathbb{R}$ und $\sigma^2 \geq 0$ sei $N(\mu, \sigma^2)$ die Normalverteilung auf $(\mathbb{R}, \mathcal{B})$ mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2. Ist $M \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$ so definieren wir

$$\mathcal{P}_M := \{N(\mu, \sigma^2) : (\mu, \sigma^2) \in M\}.$$

Zeigen Sie, dass $\mathcal{P}_M$ genau dann straff ist, wenn M beschränkt ist.

Aufgabe 3. Es seien $\lambda > 0$, $\mathbf{P}_n$ die Binomialverteilung mit Parametern n und λ/n für $n \geq \lambda$ und $\mathbf{P}$ die Poissonverteilung mit Parameter λ. Zeigen Sie mit Hilfe charakteristischer Funktionen, dass $\mathbf{P}_n(\{k\}) \to \mathbf{P}(\{k\})$ für $n \to \infty$ und alle $k \geq 0$.

Aufgabe 4. Überprüfen Sie $X_n \Longrightarrow X$ für $n \to \infty$ in den folgenden Fällen:

(a) $Y_n \sim \mathrm{Poi}(n)$, $X_n := \frac{Y_n - n}{\sqrt{n}}$ und $X \sim \mathcal{N}(0,1)$.

(b) $X_n \sim \mathcal{N}(\mu_n, \sigma_n^2)$ mit $\mu_n \to \mu$ und $\sigma_n^2 \to 0$ sowie $X \sim \delta_\mu$ (Dirac-Maß im Punkt μ).

Frohe Weihnachten und
ein erfolgreiches neues Jahr 2017
wünschen Ihnen

T. Schmidt und W. Khosrawi