Übungen zur Vorlesung
"Stochastik"

Blatt 2

Abgabetermin: 22.11.2016, vor Beginn der Vorlesung
(Geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.
Bitte geben Sie einzeln ab.)

Aufgabe 1 (4 Punkte)

a) In einer Lotterie wird eine siebenstellige Gewinnzahl wie folgt ermittelt: In einer Urne kommen die Zahlen von 0 bis 9 jeweils sieben Mal vor. Die sieben Ziffern der Gewinnzahl werden nacheinander ohne Zurücklegen gezogen. Ist dieses Verfahren für jede Losnummer gleich vorteilhaft? Bestimmen Sie das Maximum aller Quotienten $\frac{P(g_1)}{P(g_2)}$ mit verschiedenen möglichen Gewinnzahlen g_1 und g_2.

b) Bis Ende April 2013 wurden im Lotto „6 aus 49“ zunächst die sechs Gewinnzahlen (ohne Zurücklegen) gezogen und anschließend aus derselben Urne eine siebte Zusatzzahl. „5 Richtige mit Zusatzzahl“ bedeutete, dass fünf der sechs angekreuzten Zahlen auf dem Lottoschein Gewinnzahlen waren und die sechste getippte Zahl mit der Zusatzzahl übereinstimmte. Seit der Änderung des Ziehungsmodus im Mai 2013 werden zunächst die sechs Gewinnzahlen aus den 49 möglichen gezogen und anschließend aus einer zweiten Urne mit 10 von 0 bis 9 beschrifteten Kugeln die Superzahl. „5 Richtige mit Superzahl“ bedeutet seitdem, dass man fünf der sechs Gewinnzahlen richtig getippt hat und die letzte Ziffer der Losnummer mit der Superzahl übereinstimmt.

   Bei welcher Gewinnklasse (5 Richtige mit Zusatz- oder mit Superzahl) hat ein Lottospieler höhere Gewinnchancen? Wie groß sind diese jeweils?

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Es sollen k ununterscheidbare Kugeln auf n Schachteln verteilt werden.

a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn nur Einfachbesetzungen der Schachteln erlaubt sind?

b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn auch Mehrfachbesetzungen der Schachteln erlaubt sind?

c) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn auch Mehrfachbesetzungen der Schachteln erlaubt sind und alle Schachteln besetzt sein müssen?

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben sei ein Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

Für beliebige Ereignisse $A, B, C \in \mathfrak{A}$ mit $P(A) > 0$ und $0 < P(B) < 1$ gilt:

a) $P(B|A) > P(B)$ und $P(C|B) > P(C) \Rightarrow P(C|A) > P(C)$

b) $P(A|B) > P(C)$ und $P(A|B^c) > P(C) \Rightarrow P(A) > P(C)$

c) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Leftrightarrow P(A|B) = P(A|B^c)$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

a) Aus der Menge $\{1, 2, \ldots, 100\}$ werden zufällig zwei Zahlen herausgegriffen. Wenn die kleinere der beiden Zahlen ≤ 20 ist, mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dann die größere ≥ 80?

b) Samstagabends haben durchschnittlich 5% der Autofahrer zuviel getrunken (mehr als 0.5 Promille Blutalkoholspiegel). Bei einem Alkoholtest zeigt sich bei 99% der Alkoholsünder eine charakteristische Reaktion, aber auch bei 1% der Nüchternen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein am Samstagabend willkürlich herausgegriffener Autofahrer, bei dem der Test eine Reaktion zeigt, tatsächlich zuviel getrunken hat?