Übungen zur Vorlesung "Stochastik"

Blatt 1

Abgabetermin: 08.11.2016, vor Beginn der Vorlesung
(Geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.
Bitte geben Sie einzeln ab.)

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Gibt es ein Wahrscheinlichkeitsmaß Q auf $[0,1] \cap \mathbb{Q}$ derart, dass $Q([a,b] \cap \mathbb{Q}) = b - a$ für alle $0 \leq a < b \leq 1$ gilt?

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Zeigen Sie:
Ist $(p_i)_{i \geq 1}$ eine Folge reeller Zahlen mit $p_i \geq 0$ und $\sum_{i=1}^{\infty} p_i = 1$, so existiert auf einem vorgegebenen abzählbaren Raum $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots\}$ genau eine Wahrscheinlichkeitsverteilung P mit $P(\{\omega_i\}) = p_i \quad (i \geq 1)$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Zeigen Sie die sogenannte Siebformel:
Sei $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$ ein diskreter Wahrscheinlichkeitsraum und $(A_i)_{i \geq 1}$ eine Folge in $\mathfrak{A}$. Dann gilt:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+1} \sum_{\substack{I \subseteq \{1,\dots,n\} \\ |I|=k}} P\left(\bigcap_{i \in I} A_i\right).$$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Für die Übungen zur Vorlesung „Einführung in die Stochastik“ melden sich 120 StudentInnen an. Da Sie keine Lust haben, diese gemäß ihren Wünschen in die vorhandenen 6 Übungsgruppen einzuteilen, weisen Sie jeden Teilnehmer zufällig einer der Gruppen zu.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 1. Gruppe unbesetzt bleibt?

b) Zeigen Sie mit Hilfe der Siebformel aus Aufgabe 3, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens eine der Gruppen leer bleibt

$$\sum_{j=1}^{6} (-1)^{j+1} \binom{6}{j} \left(1 - \frac{j}{6}\right)^{120}$$

beträgt.

Die Übungsaufgaben sowie weitere Informationen zur Vorlesung finden Sie auf der Internetseite:
`http://www.stochastik.uni-freiburg.de/lehre/ws-2016-17/vorlesung-stochastik-ws-2016-17`