

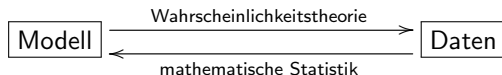
Zur Einführung

Was ist Stochastik?

Stochastik ist der Oberbegriff für Wahrscheinlichkeitsrechnung bzw. -Theorie und mathematische Statistik.

In der Stochastik werden mathematische Modelle von Zufallserscheinungen konstruiert, deren Gesetzmäßigkeiten studiert und ihre Anwendbarkeit auf reale Daten untersucht. Die Modelle basieren auf Zufallsbegriffen, wie z.B. dem der „Wahrscheinlichkeit“.

Diese werden durch mathematische Axiome beschrieben (Kolmogorov 1933). Die Axiome erklären jedoch nicht das Wesen des Zufalls.



Stochastik im Alltag

Entscheiden Auswahl von Kapitalanlagemöglichkeiten
Spiele, z.B. Schere-Stein-Papier
(→ Spieltheorie in den Wirtschaftswissenschaften)

Schätzen jährliches Steueraufkommen, Inflationsraten
Krankheitsaufkommen in der Bevölkerung (Inzidenzrate)

Vergleichen/Testen Ist eine Münze oder Würfel fair?
Ist ein Medikament besser/wirksamer als ein anderes?
Sind zwei Merkmale unabhängig oder korreliert?

Vorhersagen Wetter
Tippen: Toto, Lotto, . . .
Zukünftiger Kurs eines Wertpapiers

Messen physikalischer Größen (Messfehler → Fehlerausgleichsrechnung, Fehlergrenzen)
Quantenmechanik, Heisenbergsche Unschärferelation

Stochastik im Alltag (Forts.)

Mustererkennung, Fehlerkorrektur Stochastische Algorithmen zur
Signalentstörung (Funk, Radar, DVD-Player)
Bildverschärfung
Gesichtserkennung in Fotoprogrammen

Verschlüsselungsverfahren stochastische Primzahltests

Versicherungsmathematik Prämienkalkulation in z.B. Haftpflicht-,
Kranken- und Lebensversicherung (Aktuare)

Finanzmathematik Berechnung von Derivatpreisen (Optionen,
Zertifikate, Swaps, . . .)
Optimale Handelsstrategien und Portfolios
Quantifizierung von Risiken (Markt-, Kredit-,
Liquiditätsrisiken sowie operational risk)
Risikokapitalberechnung (Basel II, Basel III)

Genereller Ansatz und Verfahren

- ▶ Präzisiere, welche Ereignisse man betrachten will \rightarrow Modellbildung
- ▶ Ordne jedem Ereignis A eine Wahrscheinlichkeit $P(A) \in [0, 1]$ zu.
Mögliche Prinzipien zur Festsetzung von $P(A)$:
 1. **subjektiv:** Maß des persönlichen Glaubens, dass A eintritt
 2. **frequentistisch:** Relative Häufigkeit bzw. deren Grenzwert bei beliebig vielen unabhängigen Wiederholungen
 3. **Gleichverteilung:** Quotient aus Anzahl der günstigen durch Anzahl der möglichen Fälle

Problem: Alle o.g. Festsetzungsmöglichkeiten für $P(A)$ führen zu Schwierigkeiten

Ausweg: Axiomatischer Ansatz (Kolmogorov 1933)

Keine Hinterfragung der genauen Bedeutung von $P(A)$ bzw. dessen Erhalt durch ein konkretes Zufallsexperiment.

Fordere lediglich gewisse (konsistente) Regeln, die für Wahrscheinlichkeiten $P(A)$ gelten sollen.

Leite daraus Wahrscheinlichkeiten komplexerer Ereignisse ab.

