Übungen zur Vorlesung
"Mathematik I"

Wintersemester 2016/17, Blatt 10

Abgabetermin: 17.1.2017, 16:00, Briefkästen in Geb. 051
(Geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.
Bitte nur maximal zu zweit abgeben.)

Aufgabe 37 (4+2 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\displaystyle\int_{\pi/3}^{2\pi/3} \frac{1}{\sin(t)} dt$ (Substitution mit $x = \tan(t/2)$)

b) $\displaystyle\int_{1}^{a} \cos(\log x) dx$ $(a > 1)$

c) $\displaystyle\int_{1}^{4} e^{\sqrt{x}} dx$

Hinweis: Jeder Teil gibt 2 Punkte. Sie können bei dieser Aufgabe also bis zu 2 Bonuspunkte erreichen.

Aufgabe 38 (4 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig, $t_1 < t_2$, $a : (t_1, t_2) \to \mathbb{R}$ differenzierbar und

$$\varphi : (t_1, t_2) \to \mathbb{R},\ t \mapsto \int_0^{a(t)} f(x) dx.$$

Ist φ differenzierbar? Bestimmen Sie gegebenenfalls die Ableitung. Was, wenn zusätzlich auch die untere Integralgrenze differenzierbar von t abhängt?

Aufgabe 39 (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen:

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} \qquad b)\ \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n+1} \qquad c)\ 1 + \frac{1}{2}x + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}x^2 + \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}x^3 + \ldots$$

(bitte wenden)

Aufgabe 40 (4 Punkte)

Es sei $(a_n)_{n\geq 0}$ eine Folge, bei der nur endlich viele Folgenglieder 0 sind. Zeigen Sie für den Konvergenzradius R einer Potenzreihe mit Koeffezienten a_n, dass

$$R = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|,$$

falls dieser Grenzwert existiert.