

Übungen zur Vorlesung “Mathematik I“

Wintersemester 2016/17, Blatt 6

Abgabetermin: 6.12.2016, 16:00, Briefkästen in Geb. 051
(Geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.
Bitte nur maximal zu zweit abgeben.)

Aufgabe 21

(4 Punkte)

Beweisen Sie Satz 5.4 im Skript auf Seite 42. Zeigen Sie dazu

- dass die Folgen der a_n und b_n konvergieren und denselben Grenzwert x haben.
- dass $x \in I_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$.
- die Eindeutigkeit:* Ist ebenso $x' \in I_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$, so gilt $x' = x$.

Aufgabe 22

(4 Punkte)

Es seien f und g zwei stetige, reellwertige Funktionen auf einem Intervall $[a, b]$ mit $f(a) \leq g(a)$ und $f(b) \geq g(b)$. Zeigen Sie, dass die Graphen von f und g sich an mindestens einem Punkt schneiden.

Aufgabe 23

(4 Punkte)

Bestimmen Sie die ersten beiden Ableitungen folgender Funktionen:

$$\tan : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \tan(x), \quad \arcsin : (-1, 1) \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right), x \mapsto \sin^{-1}(x).$$

Aufgabe 24

(4 Punkte)

Zeigen Sie für $n \in \mathbb{N}$:

- $x^{-n}e^x \rightarrow +\infty$ für $x \rightarrow \infty$.
- $x^n e^x \rightarrow 0$ für $x \rightarrow -\infty$.
- $e^x > 1$ für $x > 0$ und $0 < e^x < 1$ für $x < 0$.
- Die Exponentialfunktion wächst streng monoton.

Die Übungsaufgaben sowie weitere Informationen zur Vorlesung finden Sie auf der Internetseite:

<http://www.stochastik.uni-freiburg.de/lehre/ws-2016-17/vorlesung-mathe-inf-und-ing-ws-2016-17>