Übungen zur Vorlesung
"Mathematik I"

Wintersemester 2016/17, Blatt 5

Abgabetermin: 29.11.2016, 16:00, Briefkästen in Geb. 051
(Geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.
Bitte nur maximal zu zweit abgeben.)

Aufgabe 17 (4 Punkte)

Es sei (a_n) eine Folge, sodass die Folge der $s_n := \sum_{k=0}^{n} a_k$ konvergiert. Zeigen Sie, dass dann $a_n \to 0$ für $n \to \infty$.

Aufgabe 18 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt, dass $x = \sup\{q \in \mathbb{Q} \mid q < x\}$.

Aufgabe 19 (4 Punkte)

(a_n) sei eine Folge gegeben durch $0 < a_1 \in \mathbb{R}$ und $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$ für alle $n \geq 1$. Untersuchen Sie diese auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

Hinweis: Falls die Folge konvergiert, dürfen Sie ohne Beweis verwenden, dass

$$a := \lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} a_{n+1} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{2 + a_n} = \sqrt{2 + a}.$$

Aufgabe 20 (4 Punkte)

Führen Sie den Beweis von Satz 5.2 aus und folgern Sie dann die Stetigkeit von Polynomen.

Hinweis: Eine Funktion $f : D \to \mathbb{R}$ heißt stetig, wenn sie für alle Punkte $x_0 \in D$ stetig in x_0 ist.