Übungen zur Vorlesung
"Mathematik I"

Wintersemester 2016/17

Anwesenheitsaufgaben - Musterlösung

Aufgabe A

a) $\frac{4}{11} < \frac{5}{13} < \frac{2}{5} < \frac{3}{7} < \frac{6}{13}$.

b) Ja, denn $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15} > \frac{1}{12} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$.

c) Mit der 3. binomischen Formel erhält man

$$\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} + \frac{2}{1-n^2} = \frac{n+1-(n-1)-2}{n^2-1} = \frac{n+1-n+1-2}{n^2-1} = 0.$$

Aufgabe B

a) $\log(x \cdot y) = \log(e^{\log(x)} \cdot e^{\log(y)}) = \log(e^{\log(x)+\log(y)}) = \log(x) + \log(y)$.

b) $e^0 = 1$.

c) $a^{\log(x)/\log(a)} = (e^{\log(a)})^{\log(x)/\log(a)} = e^{\log(a)\cdot\log(x)/\log(a)} = e^{\log(x)} = x$.

Aufgabe C

a) Nach Kettenregel ergibt sich $f'(x) = -2x \cdot e^{-x^2} = -2x \cdot f(x)$.
Mit der Produktregel folgt nun $f''(x) = -2f(x) - 2xf'(x) = (4x^2 - 2)e^{-x^2}$.

b) Wer noch weiß, dass $\sin^2 + \cos^2 = 1$, ist schnell fertig. Sonst bedarf es wieder der Kettenregel:

$$(\sin^2(x) + \cos^2(x))' = \cos(x) \cdot 2\sin(x) + (-\sin(x)) \cdot 2\cos(x) = 0.$$

c) Da $-\sin$ die Ableitung des Cosinus ist, erhalten wir mit der Substitutionsregel, dass die Stammfunktionen von f von der Form $F(x) = -\frac{1}{3}\cos^3(x) + c$ sind. Für $c = \frac{1}{3}$ erhalten wir die gesuchte Stammfunktion.

Aufgabe D

a) Es gibt eine Regel, die keine Ausnahme hat.

b) Es gibt einen Vorschlag, den niemand kritisiert.

c) In allen Häusern hat jede Wohnung fließendes Wasser.

d) Es gibt einen Morgen, an dem nicht die Sonne aufgeht.