Stochastik Teil 2 SS 2019

Vorlesung: Prof. Dr. Thorsten Schmidt
Übung: Marc Weber
https://www.stochastik.uni-freiburg.de/lehre/ss-2019/vorlesung-stochastik-ss-2019

Übung 10

Abgabe: 05.06.2019 in die entsprechenden Briefkästen bis 18 Uhr(siehe Homepage).

Aufgabe 1 (4 Punkte). (a) Geben Sie ein identifizierbares aber nicht reguläres statistisches Modell an.

(b) Konstruieren Sie ein statistisches Modell, das regulär aber nicht identifizierbar ist.

Aufgabe 2 (4 Punkte). Beim Roulette-Spiel gibt es 18 rote Zahlen, 18 schwarze Zahlen und die grüne 0. Bei 1000 beobachteten Spielen sei X_1 die Anzahl der dabei aufgetretenen roten Zahlen, X_2 die der schwarzen Zahlen und X_3 die Anzahl der Nullen. Berechnen Sie die bedingten Verteilungen von X_2 gegeben X_1 und von X_3 gegeben $X_1 + X_2$.

Aufgabe 3 (4 Punkte). Zeigen Sie, dass die Statistik $T := t(X) := \sum_{i=1}^n X_i$ im Bernoulli-Verteilungsmodell suffizient ist

Aufgabe 4 (4 Punkte). Man nehme an, dass folgendes Modell gegeben sei:

$$Y_i = \sum_{j=1}^{p} x_{ij}\beta_j + \epsilon_i, \qquad i = 1, \dots, n.$$

Hierbei seien $x_{11}, \dots, x_{np}$ bekannte Konstanten und $\epsilon_1, \dots, \epsilon_n$ i.i.d. mit $\epsilon_1 \sim \mathcal{N}(0,1)$. Betrachte den Parameterraum $\Theta := \{\theta = (\beta_1, \dots, \beta_p)\} = \mathbb{R}^p$.

(a) Stellen Sie das statistische Modell auf.

(b) Zeigen Sie, dass das statistische Modell genau dann identifizierbar ist, falls $x_1, \dots, x_p$ linear unabhängig sind, wobei $x_j := (x_{1j}, \dots, x_{nj})^\mathsf{T}$. Warum kann das Modell nicht identifizierbar sein, falls $n < p$?