Liste der Themen

(1) Absolutbeträge auf Körpern, p-adische Bewertung, p-adischer Betrag, nicht-archimedische Beträge im Vergleich zu den archimedischen
siehe vor allem [Gou97] Kapitel 2.1 und 2.2, sowie [Kob84] S.1f und [Nei09] Kapitel 1.1

(2) Ultrametrische Topologie I, insbesondere die metrischen Bälle und Dreiecke, noch ohne Kompaktheits- und Zusammenhangsresultate
siehe vor allem [Gou97] Kapitel 2.3, aber auch [Kob84] S.5ff. und [Nei09] Kapitel 1.2 bis Beispiel 3. Weiteres Material [Rob00] S. 69-72.

(3) Absolutbeträge auf $\mathbb{Q}$, Äquivalenz von Normen, Satz von Ostrowski, Produktformel
siehe [Gou97], Kapitel 3.1, [Kob84] S.3ff, [Nei09] Kapitel 2.1 und 2.2. Weiteres Material in [Rob00] S.85ff.

(4) Unvollständigkeit von $\mathbb{Q}$ bezüglich $|\cdot|_p$, anschließend zu $\mathbb{Q}_p$ vervollständigen, insbesondere die Resultate aus Theorem 3.2.13 in [Gou97] vorstellen.
siehe [Gou97], Kapitel 3.2, [Nei09] Kapitel 2.3, 3 und [Kob84] S.8-11 (ohne Theorem 2).

(5) Eigenschaften von $\mathbb{Q}_p$, Einführung von $\mathbb{Z}_p$, Prop. 3.3.4 in [Gou97] und p-adische Entwicklung
Anfang von Kapitel 3.3 in [Gou97], hilfreich hierzu auch Kapitel 4.1 in [Nei09]. Für die Entwicklung siehe z.B. Kapitel 4.2 in [Nei09]. Alternativ [Kob84] S.10ff.

(6) Ultrametrische Topologie II. Beweis, dass ein ultrametrischer Raum total unzusammenhängend ist, Lokalkompaktheit von $\mathbb{Q}_p$, Kompaktheit von $\mathbb{Z}_p$. Insbesondere ein Vergleich mit $\mathbb{R}$ und ein sorgfältiges Einführen der Begriffe.
siehe [Gou97], Kapitel 3.3 ab 3.3.5, [Nei09] Kapitel 1.2 ab Def. 11 sowie Kapitel 4.3

(7) Hensel's Lemma in der Form von Theorem 3 in [Kob84] bzw. Satz 3 in [Nei09]. Als Anwendung z.B. Existenz von Einheitswurzeln in $\mathbb{Q}_p$ (Prop.3.4.2 in [Gou97]). Insbesondere ein Vergleich zu Newtonverfahren wie in [Kob84].
Quellen sind wie oben genannt [Kob84] S.16-18, [Gou97] Kapitel 3.4 (allerdings nur bis zur Hälfte) und Kapitel 4.5 in [Nei09].

(8) Grenzwerte und Reihen in $\mathbb{Q}_p$. Konvergenz von Folgen definieren, Cauchyfolgen und ein Konvergenzkriterium für diese, sowie Konvergenzkriterium für Reihen und Umordnungssatz. Insbesondere ein Vergleich zur reellen Analysis.
Insbesondere Kapitel 4.6.1 in [Nei09] und Kapitel 4.1 in [Gou97]. Interessant ist das Beispiel unter Comment S.76 in [Rob00] und es sollten die Punkte $(4)-(6)$ *von S.77 in [Rob00] gezeigt worden sein.*

(9) p-adische Potenzreihen, Konvergenzradius, Verhalten auf dessen Rand und Vergleich zur reellen Analysis. Insbesondere die Resultate 4.3.1, 4.4.2 und 4.4.3 aus [Gou97] sollten enthalten sein, 4.3.3 vorstellen ohne Beweis.
[Nei09] Kapitel 4.6.2 sowie der Anfang von Kapitel 4.3 und Teile von 4.4 in [Gou97] und der Anfang von Kapitel 4.1 in [Kob84].

(10) p-adische Exponentialfunktion und p-adischer Logarithmus, insbesondere ihr Konvergenzradius, die Funktionalgleichungen und die Tatsache, dass beide inverse Funktionen zueinander sind zeigen.
Hier findet sich einiges in [Gou97] Kapitel 4.5 sowie [Nei09] Kapitel 4.6.2 und [Kob84] S.78ff.

(11) Stetigkeit und Differenzierbarkeit in $\mathbb{Q}_p$, insbesondere von Potenzreihen, einige Resultate finden sich in [Nei09], Kapitel 4.6.3. Insbesondere ist ein Vergleich mit der reellen Analysis wichtig, z.B. mit dem Mittelwertsatz.
[Nei09], Kapitel 4.6.3. Zur Stetigkeit Lemma 2 auf S.78 in [Kob84]. In [Gou97] finden sich diese Resultate in Kapitel 4.2 und in Teilen von 4.4.

(12) Strassmann's Nullstellensatz und seine Folgerungen aus der zweiten Hälfte von Kapitel 4.4 in [Gou97]. Vergleich mancher dieser Resultate zur reellen Analysis, z.B. das Resultat über periodische Funktionen.
[Gou97], Kapitel 4.4, zweite Hälfte.

(13) p-adische Verteilungen, Definition, Fortsetzung, Beispiele. Hier insbesondere die Bernoulli-Verteilung.
siehe [Kob84], Kapitel 2.3 und 2.4.

(14) p-adische Maße und p-adische Integration, insbesondere Satz über die Konvergenz der Riemann-Summen.
siehe [Kob84], Kapitel 2.5.

Literatur

[Gou97] Fernando Gouvea. *p-adic Numbers - An Introduction. Second Edition.* Universitext. Springer, 1997.

[Kob84] Neal Koblitz. *p-adic Numbers, p-adic Analysis and Zeta-Functions.* Graduate Texts in Mathematics. Springer, 1984.

[Nei09] Julia Neidhartdt. Einführung in die Theorie der p-adischen Zahlen und nichtarchimedischen Absolutbeträge. Technical report, 2009.

[Rob00] Alain M. Robert. *A course in p-adic Analysis.* Graduate Texts in Mathematics. Springer, 2000.