Übungen zur Vorlesung
"Mathematik II für Studierende des Ingenieurwesens"

Blatt 8

Abgabetermin: Freitag, 23.06.2017, bis 14:00 Uhr in den Briefkästen im Gebäude 051.
(Geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.
Sie dürfen maximal zu zweit abgeben.)

Aufgabe 1 (4 Punkte)

a) Seien $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ symmetrisch und B ähnlich zu A. Zeigen Sie, dass A genau dann positiv (semi-)definit ist, wenn B positiv (semi-)definit ist.

b) Zeigen Sie, dass A genau dann positiv (semi-)definit ist, wenn alle Eigenwerte von A größer (größer oder gleich) Null sind.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei $A = (a_{ij})_{1\le i,j\le 2} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ symmetrisch. Zeigen Sie, dass A genau dann positiv definit ist, wenn $a_{11}, a_{22} > 0$ und $\det A > 0$.

HINWEIS: Verwenden Sie Aufgabe 1b).

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Seien $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig. Zeigen Sie, dass

$$\int_a^b \int_c^d f(x)g(y)\,dy\,dx = \int_a^b f(x)\,dx \int_c^d g(y)\,dy.$$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Sei $K_e := \{(x,y)\,|\,x^2+y^2=1\}$ der Einheitskreis im $\mathbb{R}^2$ mit Radius 1 sowie $G := \{(x,y)\,|\,y = mx+c\}$ eine Gerade mit $m, c \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie den Abstand von K_e und G, d.h. die minimale Länge einer Verbindung zwischen einem Punkt von K_e und einem Punkt von G.