Übungen zur Vorlesung "Mathematik II für Studierende des Ingenieurwesens"

Blatt 1

Abgabetermin: Freitag, 28.04.2017, bis 14:00 Uhr in den Briefkästen im Gebäude 051.
(Geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.
Sie dürfen maximal zu zweit abgeben.)

Aufgabe 1 (6 Punkte)

a) Beweisen Sie die bereits in der Vorlesung erwähnte Aussage:
Für eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ und ein gegebenes $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$ ist das zugehörige Gleichungssystem $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ genau dann lösbar, wenn $\operatorname{rang} A = \operatorname{rang}(A|\mathbf{b})$, wobei $(A|\mathbf{b}) \in \mathbb{R}^{m\times(n+1)}$ die um den Spaltenvektor $\mathbf{b}$ erweiterte Matrix ist.

b) Zeigen Sie zunächst mit Hilfe von Teil a), dass das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 4x - y + 2z &= 5 \\ -3x + 2y + 2z &= 2 \\ 2x + 2y + z &= 0 \\ x - y + z &= 3 \end{aligned}$$

eine Lösung besitzt, und berechnen Sie diese dann explizit.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

a) Berechnen Sie die zu

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

inverse Matrix A^{-1}.

b) Lösen Sie mit Hilfe von Teil a) das Gleichungssystem $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ für

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Bestimmen Sie für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

den Kern $\ker A$, d.h. charakterisieren Sie die Menge $\{v \in \mathbb{R}^4 \mid Av = \mathbf{0}\}$, und geben Sie eine Basis von $\ker A$ an.

Die Übungsaufgaben sowie weitere Informationen zur Vorlesung finden Sie auf der Internetseite:
`http://www.stochastik.uni-freiburg.de/lehre/ss-2017/vorlesung-mathe-II-ing-ws-2017`