Discrete Time Finance **SS 2017**

Vorlesung: Prof. Dr. Thorsten Schmidt
Übung: Wahid Khosrawi-Sardroudi
http://http://www.stochastik.uni-freiburg.de/lehre/ss-2017/vorlesung-discrete-time-finance-ss-2017

Übung 11

Abgabe: 18.07.2017 zu Beginn der Übung.

Aufgabe 1 (4 Punkte). Gegeben sei eine f.s. endliche Zufallsvariable X, d.h. $X \in \mathcal{L}^0(\Omega, \mathcal{F}, P)$. Definiere die Abbildungen

$$V@R_\lambda(X) := \inf\{m \in \mathbb{R} | P(m + X < 0) \leq \lambda\}$$

und

$$ES_\lambda(X) := \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda V@R_\gamma(X) d\gamma \quad .$$

Zeigen Sie die Identität

$$ES_\lambda(X) = V@R_\lambda(X) + \frac{1}{1-\lambda} \mathbb{E}\left[(X - V@R_\lambda(X))_+\right]$$

Zeigen Sie, dass beide Abbildungen monetäre Risikomaße definieren. Zeigen Sie das für beliebiges $\lambda \in (0,1), V@R_\lambda$ nicht konvex ist (Gegenbeispiel). Bestimmen Sie für beliebiges $\lambda \in [0,1]$ die Werte $V@R_\lambda(X)$ und $ES_\lambda(X)$ für die Fälle:

(a) $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

(b) $X \sim \text{Exp}(\lambda)$

(c) $\log(X) \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

(d) $X \sim U_{[0,1]}$

Aufgabe 2 (4 Punkte). Zeigen Sie die folgende Aussage aus der Vorlesung: Sei ρ konvex und normalisiert. Dann gilt

$$\rho(\lambda X) \leq \lambda \rho(X)$$

für $0 \leq \lambda \leq 1$ und

$$\rho(\lambda X) \geq \lambda \rho(X)$$

für $\lambda \geq 1$.

Aufgabe 3 (4 Punkte). Zeigen Sie, dass aus jeweils zwei der folgenden 3 Eigenschaften für Risikomaße die jeweils andere folgt:

(1) Konvexität

(2) Positive Homogenität

(3) Subadditivität