

Übungen zur Vorlesung “Mathematische Statistik“

Wintersemester 2015/16, Blatt 10

Abgabetermin: 13.1.2016, zu Beginn der Vorlesung
(Geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.
Bitte nur maximal zu zweit abgeben.)

Aufgabe 37

(4 Punkte)

Eine Bildungsstudie bewertet baden-württembergische Schulen anhand der Durchschnittsnoten der Abschlussjahrgänge. Es stellt sich heraus, dass ein Großteil der Schulen, die dabei am besten abschneiden, aus kleineren Schulen aus ländlicheren Regionen besteht. Man folgert daraus, dass solche Schulen ein besseres Lernumfeld bieten müssen als andere.

- a) Nennen Sie mindestens zwei Argumente, die diese These stützen.
- b) Welche Bedeutung hat das Gesetz der großen Zahlen in diesem Zusammenhang?

Aufgabe 38

(4 Punkte)

Anna und Bodo spielen ein Spiel: Anna wählt eine Zahl $\theta \in (0, \infty)$ und einen zufälligen uniform-verteilten Wert U aus $[0, \theta]$, schreibt θ und U für Bodo unsichtbar auf zwei verschiedene Zettel und legt diese voneinander getrennt in zwei Umschläge. Nun darf sich Bodo einen der Umschläge aussuchen, diesen öffnen und sich die Zahl darin anschauen. Anschließend muss er sich für eine der beiden Zahlen entscheiden: Entweder für die, die er jetzt kennt, oder für die im anderen Umschlag, die er nicht kennt. Wählt er die kleinere Zahl, gewinnt Anna. Andernfalls gewinnt Bodo. Gibt es eine Strategie, mit der Bodo mit einer höheren Wahrscheinlichkeit als 50% gewinnt?

Formulieren Sie ein entsprechendes statistisches Entscheidungsproblem und geben Sie eine Entscheidungsfunktion an, die einer solchen Strategie entspricht.

Aufgabe 39

(4 Punkte)

Es seien A und B zwei unabhängige Ereignisse bezüglich eines Wahrscheinlichkeitsmaßes \mathbb{P} mit $\mathbb{P}(A), \mathbb{P}(B) \in (0, 1)$ und $C := A \cup B$. Zeigen Sie, dass

$$\mathbb{P}(A|B, C) < \mathbb{P}(A|C).$$

Welche Bedeutung hat diese Ungleichung für statistische Erhebungen?

(bitte wenden)

Aufgabe 40

(4 Punkte)

- a) An einer Universität bewerben sich 1074 weibliche und 1231 männliche Studenten. Es werden dabei 481 (44,8%) der weiblichen und 653 (53,0%) der männlichen Bewerber zugelassen. Untersuchen Sie durch einen geeigneten Test, ob sich dieser große Unterschied in den Zulassungsquoten noch durch Zufall erklären lässt.
- b) Der Universität droht eine Klage wegen Diskriminierung weiblicher Bewerber. Diese weißt jedoch sämtliche Vorwürfe von sich und behauptet, es hätte ganz im Gegenteil sogar eher eine Benachteiligung männlicher Bewerber vorgelegen, da die Zulassungsquoten für die Naturwissenschaften und die für die Geisteswissenschaften, betrachte diese getrennt, ein gegenteiliges Bild liefern würden.

Ist dies überhaupt möglich? Konstruieren Sie gegebenenfalls ein Zahlenbeispiel und erläutern Sie den Hintergrund des Phänomens.