

# Übungen zur Vorlesung “Mathematische Statistik“

Wintersemester 2015/16, Blatt 5

**Abgabetermin:** 25.11.2015, zu Beginn der Vorlesung  
(Geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.  
Bitte nur maximal zu zweit abgeben.)

## Aufgabe 17

(4 Punkte)

Es sei  $(\mathbb{P}_\theta : \theta \in \mathcal{P})$  eine Exponentialfamilie mit  $h, c, t, d$  und  $X$  verteilt nach  $\mathbb{P}_\theta$  für ein  $\theta \in \mathcal{P}$ . Bestimmen Sie die Verteilung  $Q_\theta$  der natürlichen suffizienten Statistik  $T := t(X)$ . Handelt es sich bei  $(Q_\theta)$  wieder um eine Exponentialfamilie?

## Aufgabe 18

(4 Punkte)

Betrachten Sie das statistische Modell  $X = \text{id}_{\mathbb{R}}, \{\mathbb{P}_\theta = (p_\theta \cdot \lambda)^n : \theta > 0\}$ , wobei

$$p_\theta(x) := \frac{x}{\theta} \exp\left(-\frac{1}{2\theta}x^2\right) \mathbb{1}_{[0,\infty)}(x)$$

die Dichte der *Rayleigh*-Verteilung zum Parameter  $\theta$  ist. Verwenden Sie Proposition 2.35, um  $\mathbb{E}_\theta[X^2]$  zu bestimmen.

## Aufgabe 19

(4 Punkte)

Beweisen Sie die Aussage aus Beispiel 2.40.

## Aufgabe 20

(4 Punkte)

Rechnen Sie alle Größen aus Kapitel 7 des Skriptes in R nach, ohne die Funktion `lm` zu verwenden, also nur mit Hilfe der Formeln im Skript und elementaren R-Umformungen.

HINWEIS: Hierzu sollte der verwendete R-Code ausgedruckt der Abgabe hinzugefügt werden.