Übungen zur Vorlesung
"Mathematische Statistik"

Wintersemester 2015/16, Blatt 2

Abgabetermin: 4.11.2015, zu Beginn der Vorlesung
(Geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.
Bitte nur maximal zu zweit abgeben.)

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Statistik $T := t(\underline{X}) := \sum_{i=1}^{n} X_i$ im Bernoulli-Verteilungsmodell (Beispiel 1.6) suffizient ist.

Aufgabe 6 (4 Punkte)

Zeigen Sie mit dem Fisher-Neyman'schen Faktorisierungssatz, dass die Statistik $T := t(\underline{X}) := \max\limits_{i=1,\ldots,n} X_i$ im Uniform-Verteilungsmodell (Beispiel 1.8) suffizient ist.

Hinweis: In den folgenden Aufgaben werden Sie Quantile der Normal-, t- und χ^2-Verteilung benötigen. Diese finden Sie entweder in geeigneten Tabellen oder durch Anwendung der Statistik-Software `R`.

Aufgabe 7 (4 Punkte)

Im Grundfach Schwimmen legten bei einem Dozenten 19 Studenten die praktische und theoretische Prüfung ab. Für jeden Studenten wurde die Note X in Theorie und die Note Y in Praxis bestimmt. Es ergaben sich die folgenden Werte für die Differenz $X - Y$:

0.6	0.3	0.3	0.3	0.6	-0.2	0.0	1.0	0.3	0.0
0.2	-0.6	0.0	0.3	0.2	0.4	1.8	1.3	-0.8	

Gehen Sie von einem Normalverteilungsmodell aus und

a) überprüfen Sie mittels eines geeigneten Tests zum Niveau 2.5%, ob die Studenten in Theorie und Praxis gleich gut sind.

b) überprüfen Sie zum Niveau 5%, ob die Standardabweichung der Notendifferenzen $^1/_3$ ist.

(bitte wenden)

Aufgabe 8 (4 Punkte)

In einer Stadt hat man in den letzten 35 Jahren die Niederschlagsmengen pro Monat aufgezeichnet. Für $i = 1, \dots, 35$ sei x_i die Niederschlagsmenge (in $mm = \ell/m^2$) im April des i-ten Jahres. Das arithmetische Mittel ist 53.68 und die empirische Streuung 6.13. Es wird angenommen, dass die Daten Realisierungen von 35 unabhängigen und identisch $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$-verteilten Zufallsgrößen sind. Bestimmen Sie jeweils ein 95%-Konfidenzintervall für

a) μ unter der Annahme $\sigma^2 = (6.13)^2$ und

b) μ bei unbekanntem σ^2.