Vorlesung: Prof. Dr. Thorsten Schmidt
http://www.stochastik.uni-freiburg.de/

Übung 5

Abgabetermin Hausaufgaben: 27.2.2015 in der Vorlesung

Aufgabe 1. Betrachten Sie ein HJM-Bond-Markt, in welchem

$$P(t,T) = \exp\Big(-\int_t^T f(t,u)du\Big), \qquad 0 \le t \le T$$

gilt. Nehmen Sie an, dass

$$df(t,T) = a(t,T)dt + b(t,T)dW_t + \int_E c(t,x,T)\xi(dt,dx),$$

wobei die Koeffizienten beschränkt seinen und $\xi([0,T^*],E) < \infty$ P-f.s. Dann können Sie Fubini auch in stochastischer Form (mit dW und $d\xi$) anwenden. Nehmen Sie an, dass der Kompensator von ξ folgende Darstellung hat:

$$\xi^p(dt,dx) = \kappa(t,dx)dt.$$

Bestimmen Sie die Semimartingal-Darstellung von

$$I(t,T) := \int_t^T f(t,u)du.$$

Aufgabe 2. Bestimmen Sie nun die Semimartingaldarstellung von $P(t,T)$. Nehmen Sie zusätzlich an, dass $\xi(dt,dx) \in \{0,1\}$ und leiten Sie ab, dass $e^{-\int_0^t f(s,s)ds}P(t,T)$, $0 \le t \le T$ ein lokales Martingal ist, falls

$$a(t,T) = b(t,T)\int_t^T b(t,u) + \int_E \Big(e^{-\int_t^T c(t,x,u)du} - 1\Big)\kappa(t,dx).$$

Aufgabe 3. Betrachten den Prozess $E(t)$, für den gilt, dass

$$dE(t) = E(t-)\Big(a_0(t)dt + b_0(t)dW_t + \int_E c_0(t,x)\xi(dt,dx)\Big).$$

Bestimmen Sie (mit den Voraussetzungen von Aufgabe 2) die Semimartingaldarstellung von

$$P(t,T) = E(t)\exp\Big(-\int_t^T f(t,u)du\Big).$$