Topics in Stochastic Analysis

WS 15/16

Vorlesung: Prof. Dr. Thorsten Schmidt
http://www.stochastik.uni-freiburg.de/

Übung 1

Abgabetermin Hausaufgaben: 25.11.2015 in der Vorlesung

Aufgabe 1. Sei N ein Poisson-Prozess und $(Y_i)_{i\in\mathbb{N}}$ i.i.d. und

$$X_t = \sum_{i=1}^{N_t} Y_i, \qquad t \geq 0.$$

X heißt zusammengesetzter Poisson-Prozess. Berechnen Sie den Kompensator von X, d.h. den eindeutigen vorhersehbaren Prozess X^p, so dass $X - X^p \in \mathcal{M}_{loc}$.

Aufgabe 2. Ist X ein Semimartingal ? Wann ist X ein lokales Martingal ? Wann ist X ein Martingal ? Wann ist X ein Sub/Supermartingal. Berechnen Sie in den beiden letzten Fällen die Doob-Meyer Zerlegung.

Aufgabe 3. Betrachten Sie das stochastische Exponential

$$Z = \mathcal{E}(H \cdot (X - X^p)).$$

Geben Sie hinreichende Bedingungen dafür an, dass Z ein uniform integrierbares Martingal ist. Wir definieren P' durch $dP'_t = Z_t dP_t$. Berchnen Sie die Semimartingal-Zerlegung von X unter P'.

Aufgabe 4. Bestimmen Sie Bedingungen dafür, dass X unter P' wieder ein zusammengesetzter Poisson-Prozess ist und geben Sie ein Beispiel, in welchem X kein zusammengesetzter Poisson-Prozess ist.