UNI FREIBURG

## Stochastik (Teil 1) **WS 15/16**

Vorlesung: Prof. Dr. Thorsten Schmidt
Übung: Wahid Khosrawi-Sardroudi
http://www.stochastik.uni-freiburg.de/lehre/2015WiSe/inhalte/2015SoSeStochastik

# Übung 0

**Präsenzübung: Keine Abgabe für dieses Blatt. Besprechung in der Woche ab dem 26. Oktober.**

**Aufgabe 1** (2 Punkte)**.** Bei einer Spielshow kann der Teilnehmer eine von drei geschlossenen Türen auswählen. Nur eine Wahl fuhrt zum Hauptgewinn, hinter den beiden anderen ist jeweils eine Ziege als Trostpreis. Der Teilnehmer muss sich zunächst fur eine Tür entscheiden, die jedoch nicht geöffnet wird. Danach zeigt der Showmaster auf eine der beiden anderen Türen mit dem Hinweis, dass diese zu einer Ziege führe. Der Teilnehmer erhält nun die Möglichkeit, sich neu zu entscheiden. Wie und um wieviel kann er durch die Zusatzinformation des Showmasters seine Chancen auf den Hauptgewinn erhöhen?

**Aufgabe 2** (4 Punkte)**.** Es seien $j, k, l, m, n \in \mathbb{N}_0$.

(a) Zeigen Sie folgende Identitäten der Binomilakoeffizienten:

(i) $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$.

(ii) $\binom{n}{m}\binom{m}{k} = \binom{n}{k}\binom{n-k}{m-k}$.

(b) Berechnen Sie die Koeffizienten des Monoms $a^3b^5c^7$ in $(a+b+c)^{15}$.

(c) Sei $G$ ein ungerichteter und ungewichteter Graph mit Knotenmenge $V = \{0, 1, \dots n\} \times \{0, 1, \dots, m\}$ und Kantenmenge $E = \{\{(x_1, y_1), (x_2, y_2)\} : |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| = 1\}$. Wie viele kürzeste Pfade führen vo $(0, 0)$ nach $(n, m)$?

*Hinweis: Identifizieren Sie G als Teilmenge des $\mathbb{Z}^2$ Gitters und überlegen Sie sich wie ein kürzester Pfad aussehen muss.*

**Aufgabe 3** (1 Punkt)**.** Gegeben sei $\Omega$. Wir nehmen an das $\Omega$ maximal abzählbar unendlich ist. Für ein Wahrscheinlichkeitsmaß $P$ auf $\Omega$ definieren wir nun den Erwartungswer einer Zufallsvariablen $X : \Omega \mapsto \mathbb{R}$ durch

$$\mathbb{E}\left[X\right] := \sum_{\omega\in\Omega} P(\omega)X(\omega).$$

Zeigen Sie (wir nehmen an $\mathbb{E}\left[|X|\right] < \infty$ und $\mathbb{E}\left[|Y|\right] < \infty$)

$$\mathbb{E}\left[aX + bY\right] = a\mathbb{E}\left[X\right] + b\mathbb{E}\left[Y\right], \qquad a, b \in \mathbb{R}.$$

---

Hinweis zu den Übungen: Bitte geben Sie in Gruppen von 2 Leuten ab. Beide müssen in der gleichen Übungsgruppe sein. Die Abgabe erfolgt durch Einwurf in den Briefkasten der entsprechenden Übungsgruppe im Untergeschoss (siehe auch die Gruppentabelle auf der Homepage zur Vorlesung). Heften Sie Ihre Abgabe zusammen. Aufs erste Blatt kommen Namen und die Gruppennummer.

**Bitte wenden**

**Aufgabe 4** (4 Punkte)**.** Ein fairer Würfel wird vier mal geworfen. Geben Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum an bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass

(a) das Maximum der erhaltenen Augenzahlen kleiner oder gleich 4 ist,

(b) das Maximum der erhaltenen Augenzahlen gleich 4 ist,

(c) das Minimum der erhaltenen Augenzahlen kleiner oder gleich 4 ist,

(d) das eine strikt absteigende Folge geworfen wird.

**Aufgabe 5** (2 + 3 Punkte)**.** Wir betrachten zwei faire Würfel.

(a) Nehmen Sie an dass beide Würfel jeweils mit $1, 2, 3, 4, 5, 6$ beschriftet sind. Für $k \in \mathbb{N}$, bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten $s_k$ dass die Summe der angezeigten Zahlen bei einem Wurf der beiden Würfel gerade $k$ ist.

Wie hängen die Werte $s_k$ mit den Koeffizienten des Polynoms $(z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5 + z^6)^2$ zusammen?

Wit betrachten nun ein etwas anderes Experiment (oder Modell), Diesmal ist der erste Würfel mit den Zahlen $1, 3, 4, 5, 6, 8$ beschriftet. Der zweite ist noch unbeschriftet. Beide Würfel sinf fair.

(b) Finden Sie eine Beschriftung des zweiten Würfels, für die für alle $k \in \mathbb{N}$ gilt dass die Wahrscheinlichkeit der Summe der angezeigten Zahlen bei einem Wurf dieser zwei beschrifteten Würfel wieder $s_k$ ist. Nehmen Sie an dass der zweite Würfel auch nach der Beschriftung noch fair ist.