
Vorlesung: Prof. Dr. Thorsten Schmidt

Übung: Wahid Khosrawi-Sardroudi

<http://www.stochastik.uni-freiburg.de/lehre/SS-2016/VorStochIntFinSS2016>

Übung 3

Abgabe: 10.05.2016 zu Beginn der Vorlesung.

Aufgabe 1 (4 Punkte). Gegeben sei der Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathcal{F}, P) . Sei N ein Poisson-Prozess der Intensität $\lambda > 0$ mit endlichem Zeithorizont $T > 0$. Ferner gelte $\mathcal{F} = \sigma(N_s | s \leq T)$. Sei nun Q ein zweites Maß unter dem N ein Poisson-Prozess der Intensität $\tilde{\lambda} > 0$ ist. Zeigen Sie dass P und Q äquivalent sind mit

$$\frac{dP}{dQ} = \exp \left((\tilde{\lambda} - \lambda)T - N_T \ln \left(\frac{\tilde{\lambda}}{\lambda} \right) \right).$$

Nutzen Sie hierbei aus, dass für $B \in \mathcal{F}$

$$\mathbb{E} [1_B | N_T = k]$$

unter P und Q übereinstimmt.

Aufgabe 2 (4 Punkte). Gegeben (Ω, \mathcal{F}, P) , sei N ein $Poi(\lambda)$ Prozess. Definiere

$$S_t = N_t - ct, \quad t \leq T, \quad c > 0.$$

Bestimmen Sie ein zu P äquivalentes Maß \tilde{P} unter dem S ein Martingal ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte). Wir betrachten das Black-Scholes Modell mit den Parametern $r = 0, \sigma = 0.2, T = 1$. Seien

$$C(S, K), \quad P(S, K)$$

die Call- bzw. Putpreise in diesem Modell für $S_0 = S$ und Strike K . Als Δ_C bezeichnen wir die Ableitung des Callpreises nach S im Punkt S_0 . Entsprechend hat die Aktie S selber einen Δ Wert von 1. Betrachten Sie nun ein Portfolio bestehend aus Positionen in Aktie und Calloptionen. Für $S_0 = K = 1$, bestimmen Sie wie viele Aktien gekauft werden müssen um eine Position aus 10 Calloptionen Δ neutral zu machen ($\Delta = 0$), wobei das Δ des Portfolios gegeben ist als die Summe der einzelnen Δ . Wiederholen Sie diesen Schritt für den Fall wo anstelle von Calloptionen nur Putoptionen betrachtet werden und im Portfolio 10 Putoptionen sind.